ペダリング機構の形状最適化に関する研究

351604208　半田 翔一

論文要旨

リンク結合された複数の剛体からなる構造をリンク機構という．リンク機構の運動は各剛体の運動方程式と運動制約条件から構成された常微分方程式の初期値問題としてモデル化される．畔上研究室では，これまで，駆動力を既知と仮定したときの初期値問題を状態決定問題とおいて，剛体の形状最適化問題に対する解法が示され，CAE ソフトウェアと組み合わせたプログラムにより，リンクの最適形状が求められてきた．しかしながら，リンク機構の設計においては，理想的な運動が与えられたときの駆動力を求める問題を状態決定問題とおくことも考えられる．本研究では，運動を既知としたときの剛体の形状最適化問題を定式化し，その解法と数値例を示す．

問題設定は次のようである．$\mathcal{L}$ をリンクに付けられた番号の集合とする．$\Omega_{0l} \subset \mathbb{R}^2$ をリンク $l \in \mathcal{L}$ の初期領域とする．$\boldsymbol{\phi}_l : \Omega_{0l} \to \mathbb{R}^2$ を領域変動として，$\boldsymbol{\phi} = \{\boldsymbol{\phi}_l\}_{l \in \mathcal{L}}$ とかく．また，$(0, t_{\mathrm{T}})$ を時間とする．リンク $l \in \mathcal{L}$ の剛体運動を $\boldsymbol{q}_l(t) = (\boldsymbol{x}_{\mathrm{G}l}(t) - \boldsymbol{x}_{\mathrm{G}l}(0), \theta_l(t))^{\mathrm{T}}$ とおく．ただし，$\boldsymbol{x}_{\mathrm{G}l} : (0, t_{\mathrm{T}}) \to \mathbb{R}^2$ と $\theta_l : (0, t_{\mathrm{T}}) \to \mathbb{R}$ を重心位置と回転とする．さらに，$\boldsymbol{q} = \left(\boldsymbol{q}_1^{\mathrm{T}}, \cdots, \boldsymbol{q}_{|\mathcal{L}|}^{\mathrm{T}}\right)^{\mathrm{T}}$ を全体系の剛体運動とする．状態決定問題を次のように定義する．$\boldsymbol{\phi} \in \mathcal{D}^{|\mathcal{L}|}$ および運動制約 $\boldsymbol{\psi}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{0}_{\mathbb{R}^{|\mathcal{C}|}}$ を満たす $\boldsymbol{q}$ を既知として，

$$\boldsymbol{M}(\boldsymbol{\phi})\ddot{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{s}(\boldsymbol{\phi}, \boldsymbol{q})$$

を満たす $\boldsymbol{s} \in S = L^2\left((0, t_{\mathrm{T}}); \mathbb{R}^{3|\mathcal{L}|}\right)$ を求めよ．ただし，$\boldsymbol{M} \in \mathbb{R}^{|\mathcal{L}| \times |\mathcal{L}|}$ を一般化質量とする．目的関数と制約関数をそれぞれ

$$f_0(\boldsymbol{\phi}, \boldsymbol{y}) = \int_0^{t_{\mathrm{T}}} \boldsymbol{s}(\boldsymbol{\phi}, \boldsymbol{q}) \cdot \dot{\boldsymbol{q}} \, \mathrm{d}t, \quad f_1(\boldsymbol{\phi}) = c_1 - \sum_{i \in \mathcal{L}} \int_{\Omega_l(\boldsymbol{\phi}_l)} \mathrm{d}x$$

とおいた．ただし，c_1 は領域の大きさの上限値を表す正の実数である．

本研究では，図 1 のようなペダルを漕ぐ脚型リンク機構に対して形状最適化を行った．ペダルの動きは次のような 2 つの運動を仮定した．(1) 回転加速度は $t = 0$ のときに最大で，その後時間に比例して減少し，ペダルが下端にきた時刻に加速度が 0 となる．(2) 回転速度は $t = 0$ からペダルが下端にくる時刻まで一定で，その後加速度は時間に比例して大きくなる．図 2 と図 3 はそれらの条件の下で最適化された形状を示す．

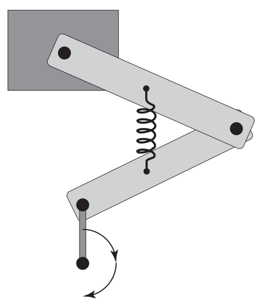

図 1: ペダリング機構

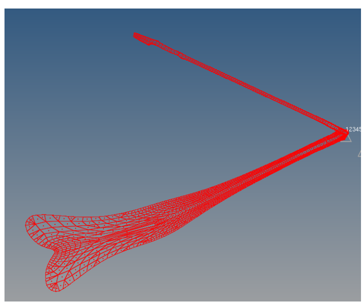

図 2: 最適化形状 (前半加速)

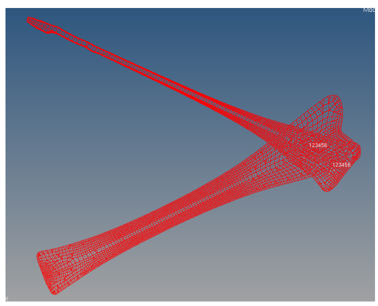

図 3: 最適化形状 (後半加速)