撥弦楽器の形状最適化に関する研究

351504138　林 拓也

論文要旨

アコースティックギターや三味線などに代表される撥弦楽器から放射される音場を求める問題は，線形弾性体と音場の波動方程式が連成した偏微分方程式の境界値問題によってモデル化される．そのなかでも，有界な周波数帯域に限定した外力に対する音場を求める周波数応答問題は，Helmholtz 型連成偏微分方程式の境界値問題となる．本研究では，楽器の性能指標の一つに，一定の外力に対して放射される音の大きさが使われることに着目し，音圧の強さを目的関数においた楽器の形状最適化問題を定式化し，その数値解法を開発した．

図 1 に楽器とそれを囲む音場を表す初期領域と境界条件を示す．領域変動を表す変位 $\boldsymbol{\phi}: \Omega \to \mathbb{R}^d$ を設計変数とおく．$\boldsymbol{\phi}$ によって変動したあとの領域で Helmholtz 型連成偏微分方程式の境界値問題が定義され，その解として音場の速度ポテンシャル ψ が得られると仮定する．ψ を用いて，音圧の強さを表す目的関数と楽器の体積制約に対する制約関数をそれぞれ

$$f_0(\boldsymbol{\phi}, \psi) = -\frac{\rho_{\mathrm{A}}}{c} \int_F \int_{\Gamma_{\mathrm{e}}} \omega^2 |\psi|^2 \ \mathrm{d}\gamma \mathrm{d}\omega, \quad f_1(\boldsymbol{\phi}) = c_1 - \int_{\Omega_{\mathrm{S}}} \ \mathrm{d}x$$

とおく．ただし，c_1，ρ_{A} および c はそれぞれ楽器の体積の下限値，音場の質量密度および音速を表す実定数である．F は注目する周波数帯域を表す．このとき，形状最適化問題は，$f_1(\boldsymbol{\phi}) \leq 0$ を満たした上で $f_0(\boldsymbol{\phi}, \psi)$ を最小にするような領域変動 $\boldsymbol{\phi}$ を求める問題として定式化される．

本研究では，H^1 勾配法に基づいた反復法による形状最適化問題の数値解法を示し，その有効性を実証するために数値解析プログラムを開発した．解析の結果，体積制約を満たした上で目的関数を減少させるような楽器の形状が得られることを確認した．図 2 に，$F = [200, 400]$ Hz のときに得られた周波数応答曲線の結果を示す．

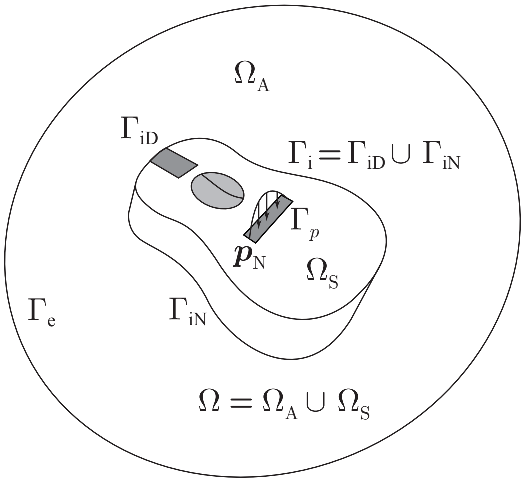

図 1: 連成系

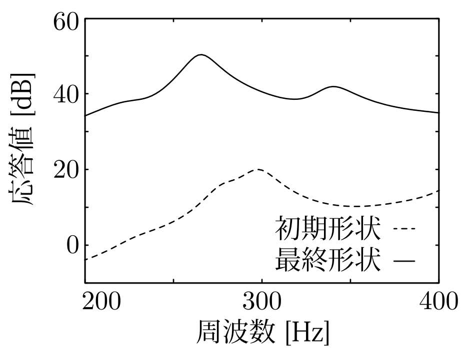

図 2: 周波数応答曲線