粒子法による流れ場の形状最適化に関する研究

351404057　梅村 雄樹

論文要旨

粒子で連続体や流体を表現しその相互作用を仮定し，数値解析を行う手法は粒子法と呼ばれる．粒子法の一つである越塚らが開発した MPS(Moving Particle Semi-implicit)法は，非圧縮 Navier-Stokes 流れ場の解析において良好な成果を収めている．三ヶ田は MPS 法を用いることにより形状最適化問題が解けることを示した．本研究は，最新の最適化理論で解析を行い過去の研究と比較することを目的とした．

形状最適化問題を次のように定義した．$[0,t_{\mathrm{T}}]\times\mathbb{R}^2$を時間と流れ場の領域とする．$\Omega_0\subset\mathbb{R}^2$は初期領域，$\boldsymbol{i}$は恒等写像を表し，領域変動$\boldsymbol{\phi}$: $\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2$を設計変数にして，領域を$\boldsymbol{\Omega(\phi)}=\{(\boldsymbol{i}+\boldsymbol{\phi})(\boldsymbol{x})|\boldsymbol{x}\in\Omega_0\}$のように動かすことにする．$(\boldsymbol{u},p)$: $[0.t_{\mathrm{T}}]\times\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^3$を$\Omega(\boldsymbol{\phi})$のときの非圧縮性流体の非定常 Navier-Stokes 問題の解の流速と圧力とする．本研究では平均流れ抵抗最小化問題を形状最適化問題とした．

(平均流れ抵抗最小化問題)

本研究では，形状最適化問題として平均流れ抵抗最小化問題を選択した．目的関数として$f_0(\boldsymbol{\phi},\boldsymbol{u},p)$を以下のように平均流れ抵抗を定義する．また，$f_1(\boldsymbol{\phi})$を領域$\Omega(\boldsymbol{\phi})$の大きさ制約に対する評価関数とする．

$$f_0(\boldsymbol{\phi},\boldsymbol{u},p)=\int_0^{t_{\mathrm{T}}}\left\{-\int_{\Omega(\boldsymbol{\phi})}\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{u}\,\mathrm{d}x+\int_{\partial\Omega(\boldsymbol{\phi})}\boldsymbol{u}_{\mathrm{D}}(\mu\partial_\nu\boldsymbol{u}-p\boldsymbol{\nu})\,\mathrm{d}\gamma\right\}\mathrm{d}t-\int_{\Omega(\boldsymbol{\phi})}\frac{1}{2}\rho\boldsymbol{u}(t_{\mathrm{T}})\cdot\boldsymbol{u}(t_{\mathrm{T}})\mathrm{d}x$$

このとき，

$$\min_{\phi}\{f_0(\boldsymbol{\phi},\boldsymbol{u},p)|f_1(\boldsymbol{\phi})\le 0,\text{非定常 Navier}-\text{Stokes 問題}\}$$

を満たす$\boldsymbol{\Omega(\phi)}$を求めよ．

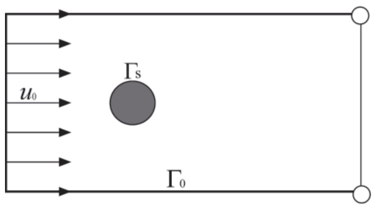
形状最適化問題の解法である$\boldsymbol{H}^1$勾配法のための評価関数の形状偏微分は，以下のようにした．

$$\bar{\boldsymbol{g}}_{\partial\Omega 0}=-\left(\int_0^{t_{\mathrm{T}}}\mu\partial_\nu\boldsymbol{u}\cdot\partial_\nu\boldsymbol{v}_0\mathrm{d}t+\frac{1}{2}\rho\boldsymbol{u}(t_{\mathrm{T}})\cdot\boldsymbol{u}(t_{\mathrm{T}})\right)\boldsymbol{\nu}$$

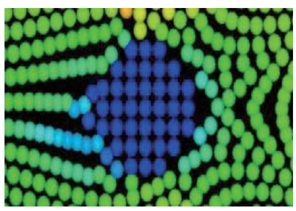
本研究により次の結果を得た．

(1) 非定常 Navier-Stokes 問題と平均流れ抵抗最小化問題を MPS 法で解く形状最適化プログラムを開発した．

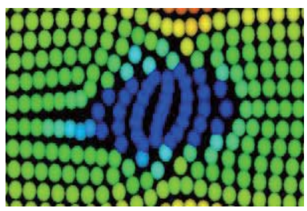
(2) 損失エネルギー最小化問題を選択した場合と類似した結果が得られた．



障害物問題



初期形状



最適形状