医療用データに基づく患者脊柱数値モデルの構築

351304118　佐藤 由実

論文要旨

　患者別の数値モデルを作成することは患者固有の成因と治療法を数値解析によって検討する上で基礎となる．畔上研究室では，特発性側弯症患者の X 線 CT 画像から有限要素モデルを作成する方法を開発し，自作のプログラムにより数値例を得ている．本研究では，大変形のソルバーを汎用有限要素ソフトウェアに置き換えて性能の向上を目指した．
　本研究で使われたアルゴリズムは次のようである．

(1) $\mathcal{V}$ を椎体番号全体の集合，$\mathcal{V}_0 \subset \mathcal{V}$ を X 線 CT 画像が得られている椎体番号の集合，$D \subset \mathbb{R}^3$ を X 線 CT 画像の領域とする．D 上の画像から第 $i \in \mathcal{V}_0$ 椎体の境界 Σ_i のボクセルを抽出し，Σ_i 上で零値をとる符号付き距離 $d : D \to \mathbb{R}$ を求める．

(2) $\Omega_i \in \mathbb{R}^3$ を正常有限要素モデルの第 $i \in \mathcal{V}_0$ 椎体の領域，$\boldsymbol{q}_i \in \mathbb{R}^{11}$ を並進，回転，スケーリング，テーパー変換の変数，$\boldsymbol{\omega}_i : \Omega_i \times \mathbb{R}^{11} \to \mathbb{R}^3$ を患者モデルへのパラメトリック写像として，

$$\min_{\boldsymbol{q}_i \in \mathbb{R}^{11}} \left\{ \int_{\boldsymbol{\omega}_i(\Omega_i, \boldsymbol{q}_i)} d\,(\boldsymbol{x}) \ \mathrm{d}x \right\}$$

を満たす $\boldsymbol{\omega}_i\,(\Omega_i, \boldsymbol{q}_i)$ を求める．$\boldsymbol{q} = \left(\boldsymbol{q}_1^{\mathrm{T}}, \cdots, \boldsymbol{q}_{|\mathcal{V}_0|}^{\mathrm{T}} \right)^{\mathrm{T}}$ とおく．

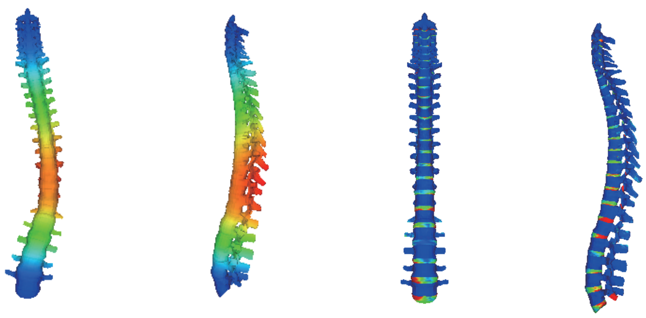
(3) $\Omega = \bigcup_{i \in \mathcal{V}} \Omega_i$ を正常脊柱モデル全体の領域，$\boldsymbol{C}_0 \in L^{\infty}\left(\Omega; \mathbb{R}^{d \times d \times d \times d}\right)$ を正常モデルの剛性とする．$\theta \in \Theta = H^1\,(\Omega; \mathbb{R})$ を最適化問題の変数とおき，$\phi\,(\theta) = (\tanh \theta + 1)\,/2$ と $\phi^3\,(\theta)\,\boldsymbol{C}_0$ を患者モデルの密度と剛性とする．さらに，(2) で得られた $\boldsymbol{q}$ を用いて，$i \in \mathcal{V}_0$ に対して $\boldsymbol{\zeta}_i : \partial\Omega_i \ni \boldsymbol{x} \mapsto \boldsymbol{\omega}_i\,(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{q}_i)$ が既知でそのときの変位を $\boldsymbol{u}_{0i}\,(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{\zeta}_i\,(\boldsymbol{x}) - \boldsymbol{x}$ とおく．このとき

$$\min_{(\theta, \boldsymbol{u}) \in \Theta \times U} f\,(\theta, \boldsymbol{u}) = \sum_{i \in \mathcal{V}_0} \int_{\partial\Omega_{0i}} \alpha \left\| \boldsymbol{u}_{0i} - \boldsymbol{u} \right\|^2 \mathrm{d}\gamma$$

$$\text{such that} \int_{\Omega} \boldsymbol{S}\,(\theta, \boldsymbol{u}) \cdot \delta\boldsymbol{E}\,(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v})\,\mathrm{d}x = \sum_{i \in \mathcal{V}_0} \int_{\partial\Omega_i} \alpha\,(\boldsymbol{u}_{0i} - \boldsymbol{u}) \cdot \boldsymbol{v}\,\mathrm{d}\gamma \quad \forall \boldsymbol{v} \in U$$

を満たす密度と変位 $(\theta, \boldsymbol{u})$ を求める．ただし，$U = \left\{ H^1\left(\Omega; \mathbb{R}^3\right) \mid \boldsymbol{u} = \boldsymbol{0} \text{ on } \Gamma_{\mathrm{D}} \right\}$, Γ_{D} は正常モデルと患者モデルの位置を合わせる境界とする．$\boldsymbol{S}\,(\theta, \boldsymbol{u}) = \phi^3\,(\theta)\,\boldsymbol{C}_0 \boldsymbol{E}\,(\boldsymbol{u})$ は第 2 Piola-Kirhhoff 応力，$\boldsymbol{E}\,(\boldsymbol{u})$ は Green-Lagrange ひずみ，$\delta\boldsymbol{E}\,(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v})$ は $\boldsymbol{u}$ の変分 $\boldsymbol{v}$ に対する $\boldsymbol{E}\,(\boldsymbol{u})$ の変分，$\alpha \in L^{\infty}\,(\Omega; \mathbb{R})$ は正値をとる重み関数とする．

　本研究では，(3) に対して f の θ に対する微分を計算し，H^1 勾配法で θ を更新し，汎用有限要素ソフトウェアのデータ構造にあわせて材料データをかきかえるプログラムを作成した．それにより，実際の X 線 CT 画像から患者モデルの密度，変位，ひずみが得られることが確認された．



$\boldsymbol{u}$ による変形　　　Green-Lagrange ひずみ $\boldsymbol{E}\,(\boldsymbol{u})$