

振動固有対を用いた建造物の損傷同定問題に関する研究

351204229 多湖 和馬

論文要旨

建造物の損傷部位を非破壊で同定することは歴史的な建造物などの補修を検討する際に必要となる。実験で計測できるのは建造物の固有振動数と固有振動モードである。本研究では、それらの結果から建造物の損傷部位を同定するための問題（損傷同定問題）を関数最適化問題の枠組みで構成し、その解法を示した。

損傷同定問題は次のように構成された。建造物を3次元有界領域 D 上で定義された線形弾性体とする。設計変数を $\theta : D \rightarrow \mathbb{R}$ とおき、

$$\phi(\theta) = \frac{1}{\pi} \tan^{-1} \theta + \frac{1}{2}, \quad \mathbf{C}(\theta) = \phi^\alpha(\theta) \mathbf{C}_0 \quad (1)$$

を線形弾性体の健全率と剛性とする。ここで、 $\mathbf{C}_0 : D \rightarrow \mathbb{R}^{d^4}$ は損傷のないときの剛性、 α を正定数（例えば2）とする。 $\mathbf{u} : D \rightarrow \mathbb{R}^3$ を変位、 $\mathbf{E}(\mathbf{u})$ をひずみ、 $\boldsymbol{\Sigma}(\theta, \mathbf{u}) = \mathbf{C}(\theta) : \mathbf{E}(\mathbf{u})$ を応力、 $\rho : D \rightarrow \mathbb{R}$ を密度とする。 \mathcal{M} を計測されたモード次数の集合とする。 $i \in \mathcal{M}$ 次の振動固有対（ここでは、固有振動数の2乗と固有振動モード） $(\eta_i, \mathbf{u}_i) : D \rightarrow \mathbb{R}^{d+1}$ は

$$\nabla^T \boldsymbol{\Sigma}(\theta, \mathbf{u}_i) = \eta_i \rho \mathbf{u}_i^T \text{ in } D, \quad \boldsymbol{\Sigma}(\theta, \mathbf{u}_i) \boldsymbol{\nu} = \mathbf{0}_{\mathbb{R}^d} \text{ on } \Gamma_N, \quad \mathbf{u}_i = \mathbf{0}_{\mathbb{R}^d} \text{ on } \Gamma_D, \quad (2)$$

$$\int_D \rho \|\mathbf{u}_i\|_{\mathbb{R}^d}^2 dx = 1 \quad (3)$$

を満たすとする。本研究では、損傷同定問題を次のように構成した。

損傷同定問題 $\boldsymbol{\beta} = \{\beta_i\}_{i \in \mathcal{M}} \in \mathbb{R}^{|\mathcal{M}|}$ をモードの大きさを調整する変数、 c_1 を Γ_0 の取り方に依存して適切に定められる定数と仮定する。このとき、

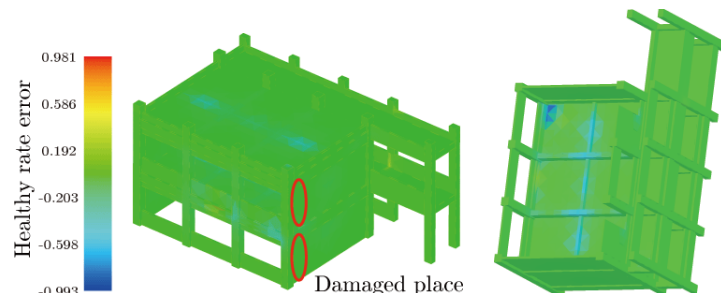
$$\min_{\theta \in W^{1,\infty}(D;\mathbb{R})} \left\{ f(\theta, \boldsymbol{\eta}, \mathbf{U}) = \sum_{i \in \mathcal{M}} |\eta_i - \bar{\eta}_i|^2 + c_1 \sum_{i \in \mathcal{M}} \bar{\eta}_i \int_{\Gamma_0} \|\mathbf{u}_i - \beta_i \bar{\mathbf{u}}_i\|_{\mathbb{R}^d}^2 d\gamma \mid (2), (3) \right\}$$

を満たす θ を求めよ。

本研究では、 $f(\theta, \boldsymbol{\eta}, \mathbf{U})$ の θ の変動に対する微分の評価式を求め、 H^1 勾配法に基づく数値解析プログラムを開発した。開発されたプログラムにより、名古屋市立大学薬学部校舎に対する振動固有対の計測結果から損傷部位を同定する解析を行った。その結果、人工的に与えた損傷部位を同定することができた。



名古屋市立大学薬学部校舎



損傷実験前後の健全率分布の差