粒子法による流れ場の形状最適化に関する研究

351004378　三ヶ田 真吾

論文要旨

相互作用を仮定した多数の粒子の運動によってマクロな流動現象を解析する方法は粒子法と総称され，自由境界や分裂と合体を含んだ複雑な流れ場の解析に使われている．このような粒子法を流れ場の形状最適化問題にも適用する試みが始められている．織田は，流れ場を MPS (moving particle semi-implicit) 法で解いて形状微分を求め，形状更新を求める線形弾性問題を有限要素法で解くことで形状最適化問題が解けることを示した．

本研究では，全ての解析を MPS 法で行うことを試みた．

非圧縮性流体の非定常 Navier-Stokes 問題の計算法:　$\boldsymbol{r}_i \in \mathbb{R}^d$ を $i \in \mathcal{N}$ 番目の粒子の $d = \{2, 3\}$ 次元空間の粒子の位置とする．$r_e > 0$ を定数として，重み関数を

$$w\left(\|\boldsymbol{r}\|\right) = \begin{cases} r_e / \|\boldsymbol{r}\| - 1 \ \ (\|\boldsymbol{r}\| \leq r_e), \\ 0 \ \ (r_e \leq \|\boldsymbol{r}\|) \end{cases}$$

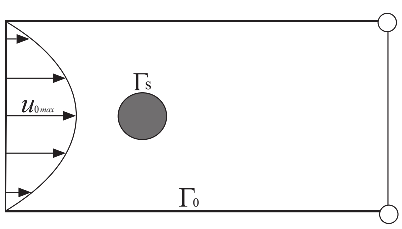
とおく．$\boldsymbol{r}_i$ に対して $n_i = \sum_{j \in \mathcal{N}_e(\boldsymbol{r}_i), j \neq i} w\left(\|\boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{r}_i\|\right)$ を粒子数密度とする．ただし，$\mathcal{N}_e\left(\boldsymbol{r}\right) = \{j \in \mathcal{N} \mid \|\boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{r}\| \leq r_e\}$ する．m を粒子の質量として，$\rho\left(\boldsymbol{r}\right) = \sum_{j \in \mathcal{N}_e(\boldsymbol{r})} m w\left(\|\boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{r}\|\right) \Big/ \int_{\|\boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{r}\| \leq r_e} w\left(\boldsymbol{r}\right) \, \mathrm{d}x$ を密度とする．同様に $\boldsymbol{r}_i$ における圧力 $p\left(\boldsymbol{r}_i\right)$ と流速 $\boldsymbol{u}\left(\boldsymbol{r}_i\right)$ に対して，勾配作用素 $\langle \boldsymbol{\nabla} p \rangle_i$，発散作用素 $\langle \boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{u} \rangle_i$ および Laplace 作用素 $\langle \nabla^2 p \rangle_i$ を $j \in \mathcal{N}_e\left(\boldsymbol{r}_i\right), j \neq i$, に対する $p\left(\boldsymbol{r}_j\right)$, $\boldsymbol{u}\left(\boldsymbol{r}_j\right)$ と $w\left(\|\boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{r}_i\|\right)$ を用いて定義する．数値解析は次のステップで行った．(1) 圧力勾配項を省略した Navier-Stokes 方程式から単位時間ステップ後の仮の流速を計算する．(2) 連続の式から構成される Poisson 方程式から圧力を計算する．(3) 圧力から流速と粒子位置を補正する．

線形弾性問題の計算法:　$\boldsymbol{r}_i$ と $\boldsymbol{\theta}_i$ を粒子の位置と回転角とする．粒子間の位置と回転角からひずみ を定義する．また，粒子間で定義されたせん断ばねと垂直ばねにより応力 を定義する．数値解析は $\boldsymbol{r}_i$ と $\boldsymbol{\theta}_i$ の速度 $\dot{\boldsymbol{r}}_i$ と $\dot{\boldsymbol{\theta}}_i$ を加えた動的線形弾性問題の停留解を求める方法で行った．(1) 粒子の運動量方程式により単位時間ステップ後の $\boldsymbol{r}_i$ と $\dot{\boldsymbol{r}}_i$ を計算する．(2) 非平衡トルクによる回転の運動方程式により $\boldsymbol{\theta}_i$ と $\dot{\boldsymbol{\theta}}_i$ を計算する．

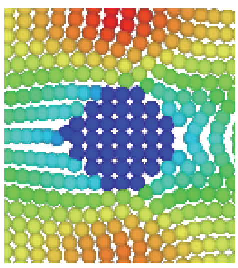
本研究により，次の結果を得た．

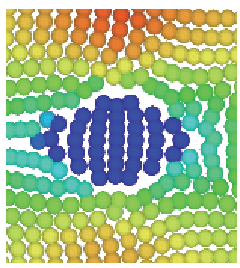
(1) 非定常 Navier-Stokes 問題と形状更新を求める線形弾性問題を MPS 法で解く形状最適化プログラムを開発した．

(2) 障害物問題を解析し，最適形状が得られることを確認した．



障害物問題


初期形状


最適形状