NURBS を基底関数に用いた Timoshenko はりの形状最適化問題に対する解法

350904022　足立 明香

論文要旨

3 次元形状のモデリングと数値解析で用いられるデータを共通化して設計と解析をシームレスに連携させ，さらに形状最適化解析までを実現する研究が進められている．その際，3 次元形状のモデリングで使われている NURBS (Non-uniform rational B-spline) 関数を数値解析における Galerkin 法の基底関数に用いる方法が用いられている．これまで 3 次元連続体の線形弾性問題に対してそのアプローチが有効に機能することが実証された．

本研究では，シェル連続体に対してもそのアプローチが有効であることを実証するために，次に示すようなはり連続体に対する形状最適化問題を NURBS 基底関数を用いた有限要素法によって解くプログラムを開発することを目的とした．

問題 1 (Timoshenko はりの形状最適化問題) 2 次元の規準領域 $\Xi = (t_0, t_1) \times (-1/2, 1/2)$ に対して，$\bar{\boldsymbol{x}} : (t_0, t_1) \to \mathbb{R}^2$ をはりの中立線の位置を表す関数，$h : (t_0, t_1) \to \mathbb{R}$ を板厚とする．h を固定して，$\mathcal{O}$ を $\bar{\boldsymbol{x}}$ の集合とする．ある $\bar{\boldsymbol{x}} \in \mathcal{O}$ に対して，$\boldsymbol{\xi} \in \Xi$ におけるはりの座標値と変位を $\boldsymbol{x}(\boldsymbol{\xi}) = \bar{\boldsymbol{x}}(\xi_1) + \frac{h}{2}\xi_2 \boldsymbol{\nu}(\xi_1)$, $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{\xi}) = \bar{\boldsymbol{u}}(\xi_1) + \frac{h}{2}\xi_2 \theta(\xi_1) \boldsymbol{e}_3 \times \boldsymbol{\nu}(\xi_1)$ とおく．ただし，$\boldsymbol{\nu}$ は中立線の法線，θ はせん断変形による回転角である．このとき，$(\bar{\boldsymbol{u}}, \theta) \in U = \{ H^1(\Omega; \mathbb{R}^3) \mid$ 斉次 Dirichlet 条件 $\}$ は，任意の $(\bar{\boldsymbol{v}}, \vartheta) \in U$ に対して

$$a(\bar{\boldsymbol{u}}, \theta, \bar{\boldsymbol{v}}, \vartheta) = l(\bar{\boldsymbol{v}}, \vartheta)$$

を満たすとする．ただし，

$$a(\bar{\boldsymbol{u}}, \theta, \bar{\boldsymbol{v}}, \vartheta) = \int_{\Omega \times (-h/2, h/2)} \boldsymbol{E}(\boldsymbol{u}) \cdot \boldsymbol{C}\boldsymbol{E}(\boldsymbol{v}) \, \mathrm{d}x,$$

$$l(\bar{\boldsymbol{v}}, \vartheta) = \int_{\Omega} \boldsymbol{b} \cdot \bar{\boldsymbol{v}} \, \mathrm{d}x + \boldsymbol{p}_0 \cdot \bar{\boldsymbol{v}}(t_0) - \boldsymbol{p}_1 \cdot \bar{\boldsymbol{v}}(t_1) + m_0 \vartheta(t_0) - m_1 \vartheta(t_1)$$

とする．このとき，$\min_{(\bar{\boldsymbol{x}}, \bar{\boldsymbol{u}}, \theta) \in \mathcal{O} \times U} l(\bar{\boldsymbol{u}}, \theta)$ を満たす $\bar{\boldsymbol{x}}$ を求めよ．

本研究により，次の結果を得た．

(1) NURBS 関数を基底関数に用いて問題 1 を解くプログラムを開発した．

(2) そのプログラムを用いて境界条件を違えた問題に対する最適形状を得た (図 2).

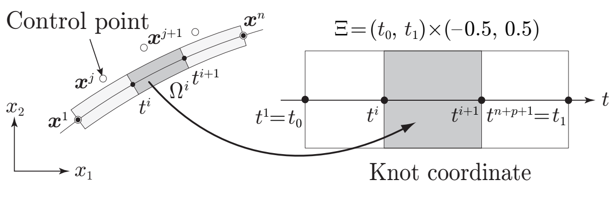

図 1: アイソパラメトリックはり要素

図 2: 両端固定一様荷重に対する最適形状