粒子法による非定常 Navier-Stokes 流れ場のシミュレーションと形状最適化に関する研究

350804095　織田 恭平

論文要旨

相互作用を仮定した多数の粒子の運動によってマクロな流動現象を解析する方法は，自由境界や分裂と合体現象を表現できる点が優れている．それらは粒子法と総称される．非圧縮性流体の現象に対しては MPS (moving particle semi-implicit) 法が開発されている．しかしながら，MPS 法の結果から，形状最適化問題を解いた報告はない．

本研究では，MPS 法の結果を用いて形状最適化問題を解くことを試みた．MPS 法は次のようにかける．

MPS 法: $\boldsymbol{r}_i \in \mathbb{R}^d$, $d = 2, 3$, $i \in \{1, 2, \cdots, N\}$, $N \in \mathbb{N}$, を d 次元空間の粒子の位置とする．$r_e > 0$ を固定して，$w(|\boldsymbol{r}|) = r_e/|\boldsymbol{r}| - 1 \ (|\boldsymbol{r}| \le r_e), 0 \ (r_e \le |\boldsymbol{r}|)$ を重み関数とする．任意の $\boldsymbol{r}_i$ に対して $n_i = \sum_{j \in \mathcal{N}(\boldsymbol{r}_i), j \neq i} w\left(\left|\boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{r}_i\right|\right)$ を粒子数密度，その初期値を n^0 とする．ただし，$\mathcal{N}(\boldsymbol{r}) = \left\{ j \,\middle|\, \left|\boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{r}\right| \le r_e \right\}$ とする．m を粒子の質量として，

$$\rho(\boldsymbol{r}) = \sum_{j \in \mathcal{N}(\boldsymbol{r})} m w\left(\left|\boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{r}\right|\right) \Bigg/ \int_{\left|\boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{r}\right| \le r_e} w(\boldsymbol{r}) \ \mathrm{d}x$$

を密度とする．ただし，$|\mathcal{N}(\boldsymbol{r})|$ は集合 $\mathcal{N}(\boldsymbol{r})$ の要素数を表す．関数 ϕ : $\mathbb{R}^d \to \mathbb{R}$ に対して，$\phi(\boldsymbol{r}_i) = \phi_i$ とかくとき，

$$\langle \boldsymbol{\nabla} \phi \rangle_i = \frac{d}{n^0} \frac{\sum_{j \in \mathcal{N}(\boldsymbol{r}_i), j \neq i} (\phi_j - \phi_i) \left(\boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{r}_i\right) w\left(\left|\boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{r}_i\right|\right)}{\left|\boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{r}_i\right|^2}, \quad \left\langle \nabla^2 \phi \right\rangle_i = \frac{2d}{\lambda n^0} \sum_{j \in \mathcal{N}(\boldsymbol{r}_i), j \neq i} \left(\phi_j - \phi_i\right) w\left(\left|\boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{r}_i\right|\right)$$

を勾配作用素，あるいはラプラシアン作用素と定義する．ただし，$\lambda = \sum_{j \in \mathcal{N}(\boldsymbol{r}_i), j \neq i} \left(\left|\boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{r}_i\right|^2\right) w\left(\left|\boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{r}_i\right|\right) \Big/ \sum_{j \in \mathcal{N}(\boldsymbol{r}_i), j \neq i} w\left(\left|\boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{r}_i\right|\right)$ とする．以上の定義の下で，非圧縮性流体の非定常 Navier-Stokes 問題に対しては，時間の経過にともなって，次の計算を繰り返す．圧力勾配項を省略した Navier-Stokes 方程式から単位時間ステップ後の仮の流速を計算する．連続の式から構成される Poisson 方程式から圧力を計算する．圧力から流速と粒子位置を補正する．■

本研究では，MPS 法の結果 $\phi_i, i \in \{1, 2, \cdots, N\}$, から有限要素法の節点 $\boldsymbol{r}_\alpha$ における値を

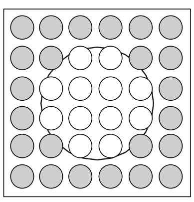
$$\phi(\boldsymbol{r}_\alpha) = \frac{\sum_{i \in \mathcal{N}(\boldsymbol{r}_\alpha)} \phi_i w(|\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{r}_\alpha|)}{\sum_{i \in \mathcal{N}(\boldsymbol{r}_\alpha)} w(|\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{r}_\alpha|)}$$

で評価することを試みた．この結果を用いて，有限要素モデル上で形状勾配を計算し，形状更新は H^1 勾配法を用いた有限要素法により計算した．

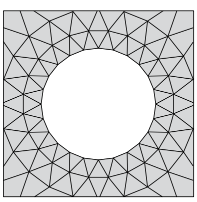
本研究により，次の結果を得た．

(1) MPS 法による非定常 Navier-Stokes 問題の解析プログラムを開発した．

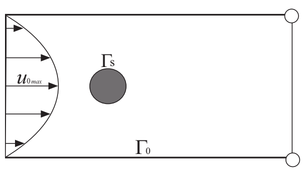
(2) 障害物問題を解析し，収束形状が岩田と同様であることを確認した．



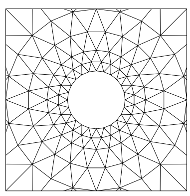
MPS モデル



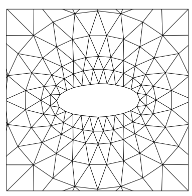
FEM モデル



障害物問題



初期形状



最適形状