材料強度規準に基づくリンク機構の形状最適化に関する研究

350804206　近藤 直也

論文要旨

　リンク結合された線形弾性体の運動は，剛体運動に対する運動制約付運動方程式と弾性変形に対する偏微分方程式の初期値境界値問題の連成問題として構成される．

　本研究では，与えられた外力に対して，強度を満たしながら運動エネルギーが最大となる線形弾性体の形状最適化問題に対する数値解法を示した．線形弾性体の変位が剛体運動に影響を及ぼさないほど小さいと仮定して，問題を次のように設定した．

問題設定: $\Omega = \bigcup_{m\in\mathcal{L}}\Omega^{(m)} \subset \mathbb{R}^d$, $d = 2, 3$, $\mathcal{L} = \{1, 2, \cdots, |\mathcal{L}|\}$, を線形弾性体領域, $\Gamma_p \subset \partial\Omega$, $(0, T)$ を時間領域とする．$\Omega^{(m)}, m \in \mathcal{L}$, は，重心 $\boldsymbol{X}_G^{(m)}$ の並進運動 $\boldsymbol{x}_G^{(m)}$: $(0, T) \to \mathbb{R}^d$ と回転運動 $\theta^{(m)}$: $(0, T) \to \mathbb{R}^{N_{\mathrm{rot}}}$ ($d = 2$ のとき $N_{\mathrm{rot}} = 1$) で構成された剛体運動 $\boldsymbol{q}^{(m)} = \left(\boldsymbol{x}_G^{(m)\mathrm{T}}, \theta^{(m)}\right)^{\mathrm{T}}$ を生じ，$\boldsymbol{q}$: $(0, T) \to \mathbb{R}^{|\mathcal{N}|}$ を全体系の剛体運動とする．$\boldsymbol{m} \in \mathbb{R}^{|\mathcal{N}|\times|\mathcal{N}|}$ を Ω から計算される一般化質量，$\boldsymbol{\phi}$: $\mathbb{R}^{|\mathcal{N}|} \to \mathbb{R}^{|\Phi|}$ を運動制約，$\boldsymbol{p}$: $\Gamma_p \times (0, T) \to \mathbb{R}^d$ を固定外力，$\boldsymbol{g}(\boldsymbol{p}) \in \mathbb{R}^{|\mathcal{N}|}$ を $\boldsymbol{q}$ に対応付けた一般化力とする．密度 ρ を正定数とする．$\boldsymbol{u}^{\mathrm{e}(m)}$: $\Omega^{(m)} \times (0, T) \to \mathbb{R}^d$ を弾性変位，$\boldsymbol{\sigma}\left(\boldsymbol{u}^{\mathrm{e}(m)}\right) \in \mathbb{R}^{d\times d}$ を応力とする．$\left(\boldsymbol{q}, \boldsymbol{u}^{\mathrm{e}(m)}\right)$ は，

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{m}\ddot{\boldsymbol{q}} &= \boldsymbol{g}(\boldsymbol{p}) \quad \text{in } (0, T), & \boldsymbol{u}^{(m)}(\boldsymbol{q}, \boldsymbol{X}) &= \boldsymbol{x}_G^{(m)} - \boldsymbol{X}_G^{(m)} + \theta^{(m)}\boldsymbol{e}^3 \times \left(\boldsymbol{X} - \boldsymbol{X}_G^{(m)}\right) \quad \text{in } \Omega^{(m)} \times (0, T),\\
\boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{q}) &= \boldsymbol{0} \quad \text{in } (0, T), & \rho\left(\ddot{\boldsymbol{u}}^{(m)} + \ddot{\boldsymbol{u}}^{\mathrm{e}(m)}\right) - \boldsymbol{\nabla}\boldsymbol{\sigma}\left(\boldsymbol{u}^{\mathrm{e}(m)}\right) &= \boldsymbol{0} \quad \text{in } \Omega^{(m)} \times (0, T),\\
\boldsymbol{q} = \boldsymbol{q}_0\ ,\ \dot{\boldsymbol{q}} &= \boldsymbol{q}_1 \quad \text{at } t = 0, & \boldsymbol{u}^{\mathrm{e}(m)} = \dot{\boldsymbol{u}}^{\mathrm{e}(m)} &= \boldsymbol{0} \quad \text{at } t = 0 \quad \text{in } \Omega^{(m)}
\end{aligned}
$$

を満たすとする．ただし，$\boldsymbol{q}_0, \boldsymbol{q}_1 \in \mathbb{R}^{|\mathcal{N}|}$ は固定とする． このとき，剛体運動の運動エネルギー J^0 と Mises 応力 $\bar{\sigma}$ の Kreisselmeier-Steinhauser 汎関数 J^1 に対して，

$$
\max_{\Omega\subset\mathbb{R}^d}\left\{J^0(\Omega, \boldsymbol{u}^{\mathrm{e}}) \;\middle|\; J^1(\Omega) \leq 0\right\}, \quad \text{where } J^0(\Omega, \boldsymbol{u}) = \int_0^T \int_{\Gamma_p} \boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{u}\,\mathrm{d}\gamma\,\mathrm{d}t\,,
$$

$$
J^1(\Omega, \boldsymbol{u}^{\mathrm{e}}) = \frac{1}{\rho}\ln\left\{\frac{1}{2T\int_\Omega \mathrm{d}x}\int_0^T \int_\Omega \left(\exp(\rho\bar{\sigma}) + \exp(-\rho\bar{\sigma})\right)\mathrm{d}x\,\mathrm{d}t\right\} - \bar{\sigma}_0
$$

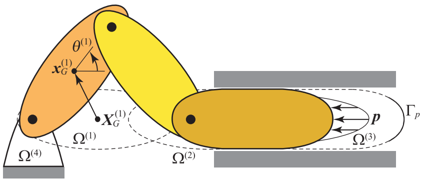
を満たす Ω を求めよ．ただし，$\bar{\sigma}_0 > 0, \rho \geq 1$ は定数とする． ■

　この問題に対して次の結果を得た．

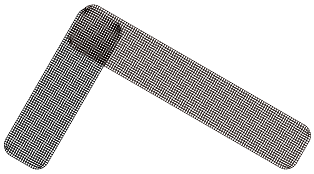
(1) J^0 と J^1 の形状微分の評価方法を示し，H^1 勾配法による数値解法を示した．

(2) 剛体運動は 4 次の Runge-Kutta 法と Baumgarte の拘束安定化法，境界値問題は有限要素法によるプログラムを開発した．

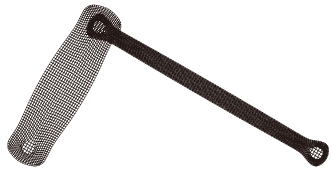
(3) ピストン・クランク機構に対する数値解を得た．



リンク結合された線形弾性体



初期形状



最適形状