マルチボディダイナミクスにおける形状最適化に関する研究

350504074　梅村 公博

論文要旨

リンク結合された線形弾性体の運動は，剛体運動に対する制約付運動方程式と弾性変形に対する偏微分方程式の初期値境界値問題の連成問題として構成できる．ここで，弾性変形は剛体運動に影響を及ぼさない程度に小さいとすると次のように書ける．

リンク結合された線形弾性体の多体運動問題: 領域 $\Omega = \bigcup_{m\in\mathcal{L}} \Omega^{(m)} \subset \mathbf{R}^d$ $(d = 2, 3)$ $(\mathcal{L} = \{1, 2, \cdots, |\mathcal{L}|\})$, その境界 $\Gamma = \bigcup_{m\in\mathcal{L}} \Gamma^{(m)}, \Gamma_p \subset \Gamma$, 時間 $(0, T)$ とする．線形弾性体 $m \in \mathcal{L}$ は，重心 $\boldsymbol{X}_G^{(m)}$ の並進運動 $\boldsymbol{x}_G^{(m)}: (0, T) \to \mathbf{R}^d$ と回転運動 $\theta^{(m)}: (0, T) \to \mathbf{R}^{N_{\mathrm{rot}}}$ $(d = 2$ のとき $N_{\mathrm{rot}} = 1)$ で構成された剛体運動 $\boldsymbol{q}^{(m)} = \left(\boldsymbol{x}_G^{(m)\mathrm{T}}, \theta^{(m)}\right)^{\mathrm{T}}$ を生じ，全体系は剛体運動 $\boldsymbol{q}: (0, T) \to \mathbf{R}^{|\mathcal{N}|}$ を生じるとする．運動制約関数を $\boldsymbol{\phi}: \mathbf{R}^{|\mathcal{N}|} \to \mathbf{R}^{|\Phi|}$ とする．外力 $\boldsymbol{p}: \Gamma_p \times (0, T) \to \mathbf{R}^d$ として，全体系の剛体運動に対応付けた一般化力を $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{p}) \in \mathbf{R}^{|\mathcal{N}|}$ とする．密度 ρ を正定数とする．慣性力による弾性変位 $\boldsymbol{u}^{\mathrm{e}(m)}: \Omega^{(m)} \times (0, T) \to \mathbf{R}^d$，応力 $\boldsymbol{\sigma}\left(\boldsymbol{u}^{\mathrm{e}(m)}\right) \in \mathbf{R}^{d\times d}$ とする．$\boldsymbol{q}_0$, $\boldsymbol{q}_1 \in \mathbf{R}^{|\mathcal{N}|}$ と $\boldsymbol{p}$ を既知として，次式を満たす $\left(\boldsymbol{q}, \boldsymbol{u}^{\mathrm{e}(m)}\right)$ を求めよ．

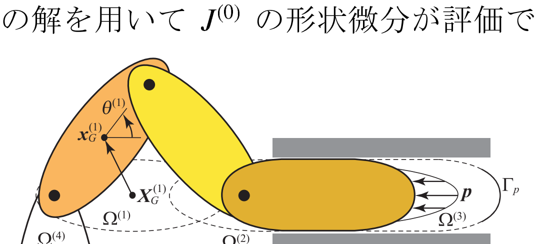
$$
\begin{aligned}
&\boldsymbol{m}\ddot{q} = \boldsymbol{g}(\boldsymbol{p}) \quad \text{and} \quad \boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{0} \quad \text{in } (0, T), \quad \boldsymbol{q}(0) = \boldsymbol{q}_0, \quad \dot{\boldsymbol{q}}(0) = \boldsymbol{q}_1 \\
&\boldsymbol{u}^{(m)}(\boldsymbol{q}, \boldsymbol{X}) = \boldsymbol{x}_G^{(m)} - \boldsymbol{X}_G^{(m)} + \theta^{(m)}\boldsymbol{e}^3 \times \left(\boldsymbol{X} - \boldsymbol{X}_G^{(m)}\right) \quad \text{in } \Omega^{(m)} \times (0, T) \\
&\rho\left(\ddot{\boldsymbol{u}}^{(m)} + \ddot{\boldsymbol{u}}^{\mathrm{e}(m)}\right) - \boldsymbol{\nabla}\boldsymbol{\sigma}\left(\boldsymbol{u}^{\mathrm{e}(m)}\right) = 0 \quad \text{in } \Omega^{(m)} \times (0, T), \quad \boldsymbol{u}^{\mathrm{e}(m)} = \dot{\boldsymbol{u}}^{\mathrm{e}(m)} = \boldsymbol{0} \quad \text{at } t = 0 \text{ in } \Omega^{(m)}. \quad \square
\end{aligned}
$$

本研究では，Ω が変動すると仮定して，外力仕事 $J^{(0)}$ と領域の大きさ制約 $J^{(1)}$ に対して，最適な領域 $\Omega^\star \in \mathcal{W}$ を求める問題に取り組んだ．ただし，m_0 は正定数とする．

$$
\begin{aligned}
&J^{(0)}(\Omega^\star, \boldsymbol{u}^{\mathrm{e}\star}) = \min_{\Omega\in\mathcal{W}} \left\{ J^{(0)}(\Omega, \boldsymbol{u}^{\mathrm{e}}) \;\middle|\; J^{(1)}(\Omega) \le 0 \right\} \\
&\text{where} \quad J^{(0)}(\Omega, \boldsymbol{u}^{\mathrm{e}}) = \int_0^T \int_{\Gamma_p} \boldsymbol{p} \cdot \boldsymbol{u}^{\mathrm{e}} \, \mathrm{d}\Gamma \, \mathrm{d}t, \quad J^{(1)}(\Omega) = m_0 - \int_\Omega \mathrm{d}x \\
&\mathcal{W} = \left\{ \Omega \subset \mathbf{R}^d \;\middle|\; \text{constraints for domains} \right\}. \quad \square.
\end{aligned}
$$

この問題に対して次の結果を得た．

- 線形弾性体の多体運動問題の解と随伴問題の解を用いて $J^{(0)}$ の形状微分が評価できる．
- 形状微分が評価できたことにより，H^1 勾配法を用いた有限要素法による数値解析プログラムを開発した．
- ピストン・クランク機構の形状最適化問題を解析した結果，$J^{(0)}$ が単調に減少する結果を得た．



リンク結合された線形弾性体