# STL パッチに基づく NURBS 曲面の創成アルゴリズム

050500333　服部尚美

## 論文要旨

3 次元形状の計測データは点群で構成される．境界面は点群で構成された 3 角形パッチからなる STL 形式で表現されてきた．数値解析では，3 次元形状の境界は 3 角形あるいは 4 角形パッチで構成されてきた．一方，CAD では NURBS 曲面が使われている．

**NURBS 曲面**　正整数 $m$ , $n$ , $\boldsymbol{t} = (t_0, t_1, \cdots, t_{m+n-1})^{\mathrm{T}} \in \mathbf{R}^{m+n}$ $(t_0 \leq t_1 \leq \cdots \leq t_{m+n-1})$ とする．$t \in [t_0, t_{m+n-1}]$ に対して B-spline 基底関数 $N_i^m : [t_i, t_{i+m}] \to \mathbf{R}$ $(i = 0, 2, \cdots, n-1)$ を次式で定義する．$m$ , $n$ , $\boldsymbol{t}$ を階数，制御点の数，ノットという．

$$N_i^1(t) = \begin{cases} 1 & (t_i \leq t < t_{i+1}) \\ 0 & (t < t_i,\ t_{i+1} \leq t) \end{cases} \qquad N_i^k(t) = \frac{t - t_i}{t_{i+k-1} - t_i} N_i^{k-1}(t) + \frac{t_{i+k} - t}{t_{i+k} - t_{i+1}} N_{i+1}^{k-1}(t) \quad (2 \leq k \leq m)$$

正整数 $m_s$ , $m_t$ , $n_s$ , $n_t$, $\boldsymbol{q}_{ij} \in \mathbf{R}^3$ , $w_{ij} \in \mathbf{R}$ , $\mathbf{q} = \left\{\boldsymbol{q}_{ij}\right\}_{ij}$ , $\mathbf{w} = \left\{w_{ij}\right\}_{ij}$ $(i = 0, 2, \cdots, n_s - 1)$ $(j = 0, 2, \cdots, n_t - 1)$ とする．NURBS 曲面 $\boldsymbol{p}(\mathbf{q}, \mathbf{w}) : [s_0, s_{m_s+n_s-1}] \times [t_0, t_{m_s+n_t-1}] \to \mathbf{R}^3$ を次式で定義する．$\mathbf{q}$ , $\mathbf{w}$ を制御点，重みという．

$$\boldsymbol{p}(\mathbf{q}, \mathbf{w})(s, t) = \sum_{i=0}^{n_s-1} \sum_{j=0}^{n_t-1} N_i^{m_s}(s) N_j^{m_t}(t) w_{ij} \boldsymbol{q}_{ij} \Bigg/ \sum_{i=0}^{n_s-1} \sum_{j=0}^{n_t-1} N_i^{m_s}(s) N_j^{m_t}(t) w_{ij} \quad \square$$

本研究では点群との誤差ノルムが最小となる NURBS 曲面 $\boldsymbol{p}$ を求める問題に取り組んだ．

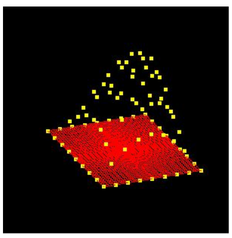
**誤差ノルム最小化問題**　正整数 $\bar{n}_s$ , $\bar{n}_t$, $\bar{\boldsymbol{p}}_{ij} \in \mathbf{R}^3$ , $\bar{\mathbf{p}} = \left\{\bar{\boldsymbol{p}}_{ij}\right\}_{ij}$ $(i = 0, 2, \cdots, \bar{n}_s - 1)$ $(j = 0, 2, \cdots, \bar{n}_t - 1)$ , $(\bar{\boldsymbol{s}}, \bar{\boldsymbol{t}}) \in \mathbf{R}^{\bar{n}_s \times \bar{n}_t}$ $(\bar{s}_0 \leq \bar{s}_1 \leq \cdots \bar{s}_{n_s-1})$ $(\bar{t}_0 \leq \bar{t}_1 \leq \cdots \bar{t}_{n_t-1})$ を既知とする．上記 $\mathbf{q} = \partial\mathbf{q} \oplus \check{\mathbf{q}}$ , $\partial\mathbf{q} = \{\boldsymbol{q}_{i0}\}_i \cup \{\boldsymbol{q}_{in_t-1}\}_i \cup \left\{\boldsymbol{q}_{0j}\right\}_j \cup \left\{\boldsymbol{q}_{n_s-1j}\right\}_j$ とする．$\partial\mathbf{q}$ は NURBS 曲線の誤差ノルム最小化問題の解 $\partial\mathbf{q}^\star$ とする．ある $m_s$ , $m_t$ , $n_s < \bar{n}_s$ , $n_t < \bar{n}_t$ に対して次の $\check{\mathbf{q}}^\star$ を求めよ．

$$f(\check{\mathbf{q}}^\star) = \min_{\check{\mathbf{q}} \in \mathbf{R}^{3\times(n_s-2)\times(n_t-2)}} \left\{ f(\check{\mathbf{q}}, \mathbf{w}) = \sum_{i=1}^{\bar{n}_s-2} \sum_{j=1}^{\bar{n}_t-2} \left| \bar{\boldsymbol{p}}_{ij} - \boldsymbol{p}(\mathbf{q}, \mathbf{w})(\bar{s}_i, \bar{t}_j) \right|^2 \,\middle|\, w_{ij} = 1,\ (s_0, t_0) = (\bar{s}_0, \bar{t}_0), \right.$$

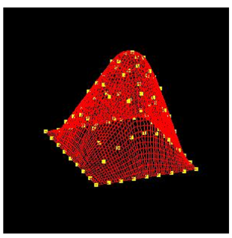
$$\left. (s_{n_s-1}, t_{n_t-1}) = (\bar{s}_{\bar{n}_s-1}, \bar{t}_{\bar{n}_t-1}), \partial\mathbf{q} = \partial\mathbf{q}^\star \right\} \quad \square$$

この問題に対して, 次の結果を得た.

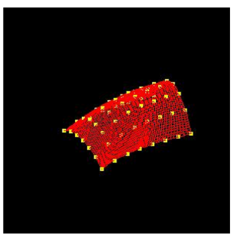
- 誤差ノルム最小化問題を解き，$\boldsymbol{p}(\mathbf{q}^\star, \mathbf{w})(s, t)$ を表示するプログラムを開発した.
- 点群をから NURBS 曲面が創成できることを示した.



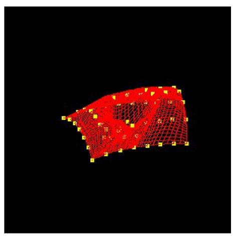
点群 1



点群 1 の NURBS 曲面



点群 2 の NURBS 曲面



点群 3 の NURBS 曲面