

OpenGL を用いたマルチボディダイナミクスの可視化

近藤直也, 情報文化学部 自然情報学科 複雑システム系, 050400207

本研究では, リンク結合されて運動する弾性体の形状最適化問題の解法を開発する過程の一部として, 弾性体の運動に関する数値解が得られた場合に, その運動を可視化するプログラムを開発した. 弾性体は複雑な形状を有する有限要素モデルのデータ構造で記述されていると仮定した. 本研究では, 弾性変形は微小であると仮定して, 弾性体の運動は剛体のマルチボディダイナミクスにおける微分代数方程式の数値解で与えられると仮定した. リンク結合された弾性体の運動を可視化するプログラムは OpenGL で作成した. プログラムの妥当性は自動車用エンジンのピストンクランク機構を想定した有限要素モデルの運動をアニメーションとして可視化することによって検証した.

キーワード: マルチボディダイナミクス, 微分代数方程式, 有限要素モデル, アニメーション, OpenGL

1 はじめに

リンク結合された弾性体の運動は, 機械や骨格動物などの運動を数理的にモデル化する際に用いられる. このようなリンク結合された弾性体の運動は, 幾何学的な拘束条件と弾性体の運動方程式で構成された微分代数方程式 (DAE: Differential-algebraic equations) の数値解を用いてシミュレーションが行われてきた. さらに, 機械の性能を向上させるため, あるいは骨格動物の運動を解明するためには, これらのシミュレーション結果に基づいて, 弾性体の形状を最適化する問題を解く必要がある.

我々の研究室では, リンク結合された弾性体の形状最適化問題の解法に関する研究を行っている. 本研究では, その一部として, 微分代数方程式の数値解が得られた場合に, その結果をアニメーションとして可視化するプログラムの開発を行った.

2 リンク結合された弾性体の運動方程式

リンク結合された弾性体の例として, 図1のようなスライダクランク機構を考える. 領域 Ω^i ($i = 1, 2, 3$) は弾性体 i を表すと仮定する. 本研究では, 弾性体は応力を発生するが, 弾性変形による運動は無視できると仮定する. 弾性体 i の時間 $t \in (0, T)$ における剛体の姿勢は重心の位置 $\mathbf{x}^i = \{x_1^i, x_2^i\}^T: (0, T) \mapsto \mathbf{R}^2$ と傾き $\phi^i: (0, T) \mapsto \mathbf{R}$ からなる一般化座標を $\mathbf{q}^i = \{x_1^i, x_2^i, \phi^i\}^T$ とし, リンク機構全体の一般化座標を $\mathbf{q} = \{\mathbf{q}^{1T}, \mathbf{q}^{2T}, \mathbf{q}^{3T}\}^T$ とする. 一般化座標に対して一般化外力 $\mathbf{T}: (0, T) \mapsto \mathbf{R}^9$ が与えられていると仮定する. リンク結合による一般化座標の拘束条件は $\Phi(\mathbf{q}) = \mathbf{0} \in \mathbf{R}^8$ が成り立つ.

一般化座標と一般化外力で記述した作用積分の停留化問題 (Hamilton の原理) に一般化座標の拘束条件を加えた制約付き停留化問題を定義し, その最適性の必要条件

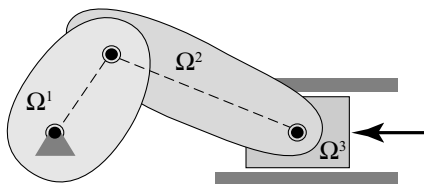


Fig. 1 スライダクランク機構

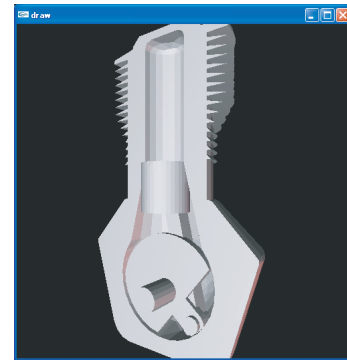


Fig. 2 ピストンクランク機構のアニメーションの一コマから次の微分代数方程式を得る.

$$\begin{pmatrix} \mathbf{M} & \Phi_q^T \\ \Phi_q & \mathbf{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{Q} \\ \boldsymbol{\gamma} \end{pmatrix} \quad (1)$$

ただし, 一般化座標の拘束条件に対する Lagrange 乗数を $\lambda \in \mathbf{R}^8$ とした. \mathbf{M} は質量マトリクス, $\Phi_q = \partial\Phi/\partial\mathbf{q}^T$, $(\dot{\cdot}) = d(\cdot)/dt$, \mathbf{Q} は作用力, $\boldsymbol{\gamma}$ は一般化座標の拘束条件の時間についての 2 階導関数から得られる項である.

スライダクランク機構の運動は, 式 (1) を時間領域で数値積分することによって数値解を得る. 本研究では, 梅村による数値解析結果を用いた.

3 可視化プログラムの開発

弾性体は有限要素モデルのデータ構造で記述されていると仮定した. 本研究では, マウス操作で視野を自在に変更できることを重要と考え, リアルタイムで表示可能なグラフィックライブラリである OpenGL を用いた. 剛体運動の時間ステップごとの結果から, 有限要素モデルの姿勢を表示する関数を作成した. それを連続的に表示することでアニメーションを実現した.

4 アニメーション結果

開発したプログラムの妥当性を確認するために, ピストンクランク機構の数値結果を用いて, 図2のようなアニメーションを作成した.