卒業論文，2007 年 2 月 15 日

音場構造連成問題の数値解法

落合悠介，情報文化学部自然情報学科　複雑システム系, 050300083

本研究では，音場構造連成問題の数理的構造を明らかにし，全方程式群を一括して解く強連成法に基づく数値解析プログラムを有限要素法を用いて開発した．本プログラムでは構造の部分境界に外力が作用した場合の音場と構造の周波数応答解析が行える．周波数応答解析では，連成しない場合の音場および構造の固有ベクトルを用いたモード座標系に変換することで計算の高速化を図った．プログラムの妥当性はギターモデルの解析例によって示した．

キーワード: 音場構造連成問題, 強連成, 有限要素法, モード合成法

1　はじめに

近年，音場と構造の連成問題の数値解析は，機械や構造物などに対する振動騒音対策において重要な役割を果たすようになってきている．本研究では，そうした音場・構造連成モデルの形状最適化問題を解析する前段階として，連成問題を解析できるプログラムの開発を目的とした．

2　音場構造連成問題

Fig.1 のような有界な $d = 2, 3$ 次元領域 $\Omega^{\mathrm{a}} \subset \mathbb{R}^d$ ($\mathbb{R}$ は実数) で定義された音場領域に囲まれた弾性体の領域 Ω^{s} を考える．この場合，弾性体の境界 Γ^{s} はすべて音場領域との連成境界となる．弾性体は，部分境界 Γ_0 で変位が拘束され，別の部分境界 Γ^P に零でない境界力 $\boldsymbol{P}$ によって変形し，それによって音場は音圧を生ずると仮定する．また音場 Ω^{a} の外側境界 Γ^{I} では Sommerfeld の放射条件をとりいれた．

この音場構造連成問題の弱形式は音圧 $p = \rho^{\mathrm{a}}\dot{\phi}$ (ρ^{a} は音場の密度) の代わりに速度ポテンシャル ϕ を用いると，速度ポテンシャル ϕ と変位 $\mathbf{u}$ に対する運動方程式と連成境界における釣り合い式に任意の随伴速度ポテンシャル $\varphi(\mathbf{x}, t) \in \Phi$ と任意の随伴変位 $\boldsymbol{v}(\mathbf{x}, t) \in U$ を乗じて積分し，境界条件を考慮することで得られる．

また $\phi(\mathbf{x}, t)$, $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$, $\boldsymbol{P}(\mathbf{x}, t)$ を Fourier 変換し，音場と構造の減衰を考慮すれば，減衰を仮定した音場・構造連成問題の周波数領域における弱形式を得る．有限要素法をこの弱形式に適用すれば，周波数ごとに式 (1) のような対称なマトリクス表示が可能である．

$$\left(-\omega^2\begin{bmatrix}-M^{\mathrm{a}} & 0\\ 0 & M^{\mathrm{s}}\end{bmatrix} + j\omega\begin{bmatrix}B & A\\ A^T & 0\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}-K^{\mathrm{a}} & 0\\ 0 & K^{\mathrm{s}}\end{bmatrix}\right)\begin{Bmatrix}\hat{\phi}\\ \hat{\mathbf{u}}\end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix}0\\ \hat{\boldsymbol{P}}\end{Bmatrix} \tag{1}$$

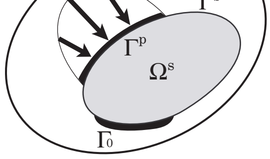

Fig. 1 音場・構造連成問題

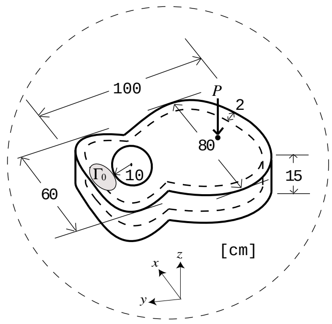

Fig. 2 ギターモデル

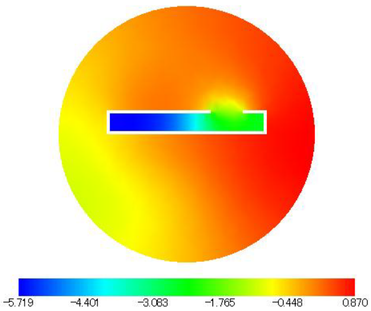

Fig. 3 160Hz における音圧分布 (y-z 断面)

3　解析例

理論と開発したプログラムの妥当性を確認するために，ギターモデルを作成し，周波数応答解析を行った．問題設定を Fig.2 に示す．変位拘束部分境界 Γ_0 は，ネックが接合する部分境界とした．また境界力 $\boldsymbol{P}$ はブリッジ部分における集中力 (有限要素モデルの節点力) を仮定し，大きさは 2.5[N] とした．なお，音速 340[m/s]，空気密度 ρ^{a}=1.178[kg/m^3]，線形弾性体密度 ρ^{s}=0.75×10^3[kg/m^3]，Young 率 13[GPa]，Poisson 比 0.3，構造減衰比 0.06，音響減衰比 0.12 とした．Fig.3 に結果の一部を示す．

4　まとめ

音場および構造問題，さらにそれらが連成した問題の数理モデルがどのように構築され，有限要素法により離散化されるのかを理解した．さらに，研究室のライブラリを用いたプログラム開発により，数値解が得られるまでの過程を詳細に理解した．